

E1.1 Exercicis.**1.1** Calculeu els productes de matrius:**a.**

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

b.

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

c.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

d.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

1.2 Calculeu $(A+B)C$, $C(3A+2B)$, $C(A-2B)$, AC , i CA on A , B i C són les matrius:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

1.3 Si A i B són matrius quadrades, és sempre certa la igualtat $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$ **1.4** Calculeu els determinants següents:**a.**

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -1 \end{vmatrix}$$

b.

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$$

g.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 6 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

c.

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

d.

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

e.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -1 \\ 4 & 4 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & -1 & -2 \end{vmatrix}$$

f.

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 3 & 3 \\ 4 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

1.5 Calculeu el rang de les matrius següents:**a.**

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 5 & 1 \\ -1 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

b.

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

e.

$$(2)$$

f.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

g.

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & -6 & 1 \\ -3 & -8 & 8 & 7 \\ 7 & -13 & 15 & 10 \end{pmatrix}$$

d.

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 7 & -1 \\ 5 & 5 & -5 & -5 \end{pmatrix}$$

c.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1.6 Estudieu el rang de les matrius següents depenent dels valors del paràmetre **a**.

a.

$$\begin{pmatrix} a & -1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & 1 & a \end{pmatrix}$$

b.

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$$

c.

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & a \\ 1 & 1 & a & a^2 \end{pmatrix}$$

1.7 Resoleu els sistemes d'equacions lineals següents, utilitzant el mètode de Gauss-Jordan.

a.

$$\begin{cases} x-3y+2z=6 \\ 2x+y-5z=-4 \\ 2x-13y+13z=28 \end{cases}$$

b.

$$\begin{cases} x+y-2z+t+3u=1 \\ 2x-y+2z+2t+6u=2 \\ 3x+2y-4z-3t-9u=3 \end{cases}$$

c.

$$\begin{cases} 3x+y-z+t=-4 \\ x-2y+3z-2t=2 \\ 2x+z+t=0 \\ 9x-4y+7z-4t=-2 \end{cases}$$

d.

$$\begin{cases} \frac{x}{2}+3y=6 \\ x-y-z=1 \\ -\frac{x}{2}-4y-z=-3 \end{cases}$$

e.

$$\begin{cases} 4x+6y-z+8t=5 \\ 3x+6y-4z+t=8 \\ 5x-y+7z-8t=3 \end{cases}$$

f.

$$\begin{cases} 6x-2y+8z+4t=5 \\ 5x-4y-3z+2t=10 \\ -2x-7y-z-t=-3 \\ x+2y+11z+2t=-5 \end{cases}$$

g.

$$\begin{cases} 2x+y+3z-t=8 \\ x-y+2z+2t=4 \\ 3x+5z+t=12 \end{cases}$$

h.

$$\begin{cases} x+y+z+t=8 \\ 2x+3y-z+t=4 \\ 3x+4y+2t=5 \end{cases}$$

1.8 Invertiu les matrius:

a.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

b.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

c.

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

d.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

e.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

1.9 Calculeu la matriu inversa de A, i feu-la servir per a resoldre el sistema d'equacions lineals.

$$A = \begin{pmatrix} 17 & -15 & -2 \\ 7 & -7 & -1 \\ 5 & -6 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 17x-15y-2z = 2 \\ 7x-7y-z = -1 \\ 5x-6y-z = 0 \end{cases}$$

1.10 Discuti i resoleu els següents sistemes d'equacions segons els valors dels paràmetres.

a.

$$\begin{cases} ax+y+z=1 \\ x+ay+z=1 \\ x+y+az=1 \end{cases}$$

b.

$$\begin{cases} 2x+ay+z=0 \\ 2x-2y+z=0 \\ -bx+2y-4z=0 \\ 4x+2y+7z=0 \end{cases}$$

c.

$$\begin{cases} x-4y-2z+3t=a \\ 3x+5y+2z=5 \\ 7y-6z+7t=13 \end{cases}$$

d.

$$\begin{cases} ax-y+az+t=1 \\ x+y+z+t=0 \\ bx+2z+2t=a \end{cases}$$