LLISTA D'EXERCICIS LLIÇÓ 2 - GEOMETRIA AFÍ

$\boxed{2.1}$ Representeu els punts i els vectors següents en uns eixos de coordenades del pla.

a. $P=(2,-1)$ $\quad R=(1,3)$

b. $\vec{v}=(1,2)$ $\quad \vec{w}=(-1,1)$

c. $Q=P+\vec{v}$

d. $\vec{u}=\overrightarrow{RQ}$

e. $\vec{w}$ amb origen en P

$\boxed{2.2}$ Representeu els punts i els vectors que s'indiquen en uns eixos de coordenades de l'espai.

a. $P=(0,0,1)$ $\quad Q=(1,1,1)$

b. $\vec{v}=(0,2,1)$ $\quad \vec{w}=(2,-1,0)$

c. $\vec{w}$ amb origen en P

d. $R=Q-\vec{v}$

e. $\vec{u}=\overrightarrow{PQ}$

2.3 En l'exercici anterior, projecteu tots els punts i vectors sobre els plans de coordenades xy, xz i yz. Dibuixeu-los i doneu-ne les coordenades.

2.4 Dibuixeu dos vectors qualsevols del pla $\vec{u}$ i $\vec{v}$, i el vector $\vec{w}$ resultat de la combinació lineal $\vec{w} = -\vec{u} + 2\vec{v}$, en els casos:

a. Si $\vec{u}$ i $\vec{v}$ són vectors no paral·lels.

b. Si $\vec{u}$ i $\vec{v}$ són vectors paral·lels.

2.5 Heu d'obtenir el vector $\vec{w} = (-1, 3)$ com a combinació lineal dels vectors $\vec{u} = (1,1)$ i $\vec{v} = (-1, 1)$. Feu-ho gràficament, i analíticament (resolent un sistema d'equacions). Comproveu que la solució és única.

2.6 En el problema anterior, què passa si volem obtenir $\vec{w}$ com a combinació de tres vectors $\vec{u} = (1,1)$, $\vec{v} = (-1,1)$ i $\vec{s} = (1,0)$?

2.7 El vector $\vec{w}=(-1,3,1)$ s'obté de manera única com a combinació lineal $\vec{w}=\lambda\vec{u}+\mu\vec{v}+\gamma\cdot\vec{s}$, on $\vec{u}=(1,1,0)$, $\vec{v}=(-1,1,0)$ i $\vec{s}=(1,0,1)$. Calculeu els coeficients λ,μ i γ resolent un sistema d'equacions. De forma independent, doneu una construcció gràfica per obtenir $\lambda\vec{u}$, $\mu\vec{v}$ i $\gamma\vec{s}$, i compareu tots dos resultats.

2.8 Dibuixeu tres vectors qualssevol del pla $\vec{u}$, $\vec{v}$ i $\vec{w}$. Heu d'obtenir el vector $\vec{0}$ com a combinació lineal d'ells, gràficament. Hi ha una única manera de fer-ho?

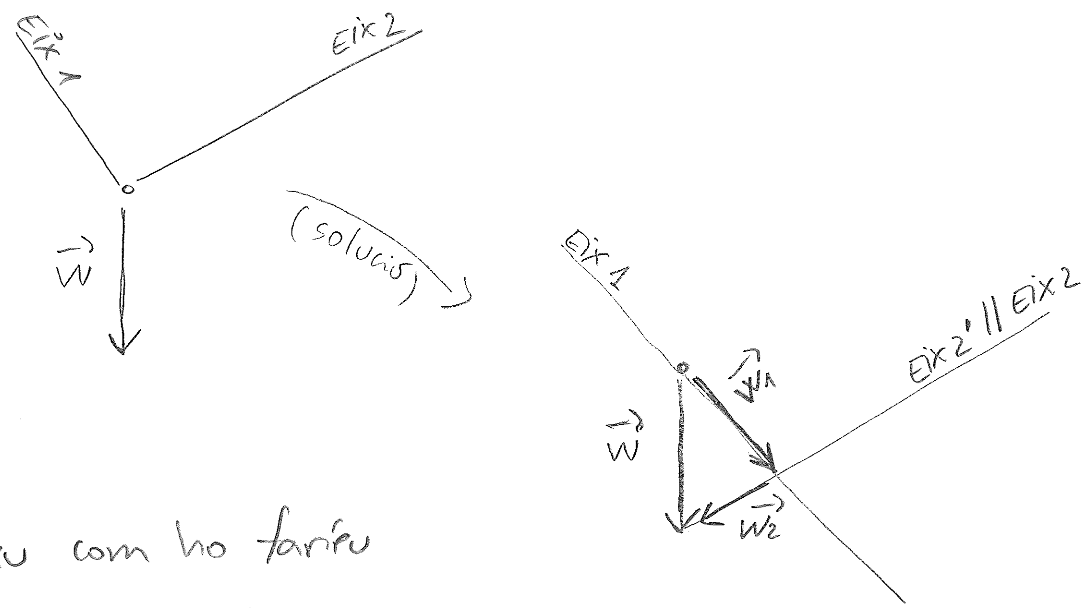
2.9 En l'exercici anterior, assigneu coordenades als vectors $\vec{u},\vec{v}$ i $\vec{w}$, i resoleu el problema analíticament. Són únics els coeficients λ,μ i γ de la combinació lineal $\lambda\vec{u}+\mu\vec{v}+\gamma\vec{w}=\vec{0}$?

NOTA: Els problemes següents es basen en la interpretació de les forces com a vectors, i en la identificació de l'equilibri estàtic d'un conjunt de forces $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\dots$ amb la condició $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} + \dots = \vec{0}$

$\boxed{2,10}$ Considereu les forces $\vec{V_1} = (2,1)$, $\vec{V_2} = (-1,2)$, $\vec{V_3} = (-1,-2)$, $\vec{V_4} = (-2,1)$; $\vec{V_5} = (1,-2)$, $\vec{V_6} = (-2,-1)$ i $\vec{V_7} = (2,-1)$. Dibuixeu el polígon de forces corresponent. Si s'apliquen sobre el mateix punt P, està en equilibri? Si no, quant val la força equilibrant?

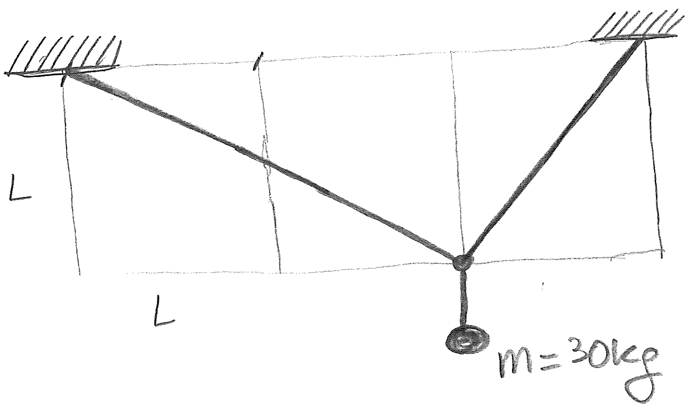
$\boxed{2,11}$ Reordeneu els vectors del problema anterior, i formeu un altre polígon de forces. Varia la força equilibrant? Per què?

2,12 Per descomposar una força $\vec{w}$ segons dos eixos (p. ex. barres o cables) del pla, fem la construcció geomètrica següent:

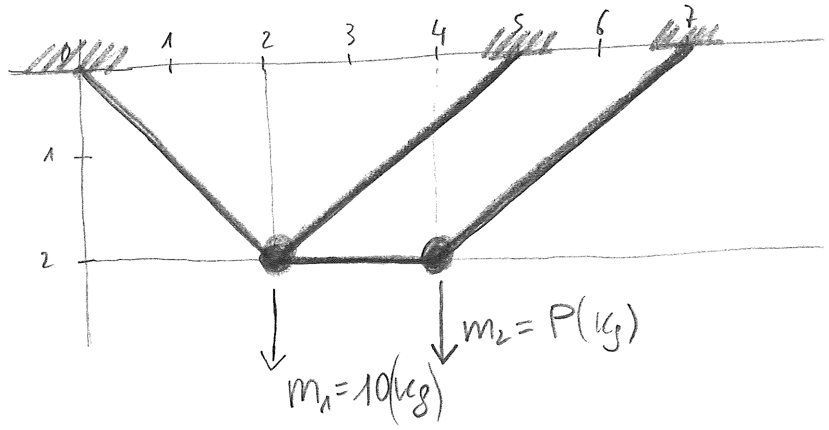


Expliqueu com ho faríeu per descomposar $\vec{w}$ segons tres eixos a l'espai.

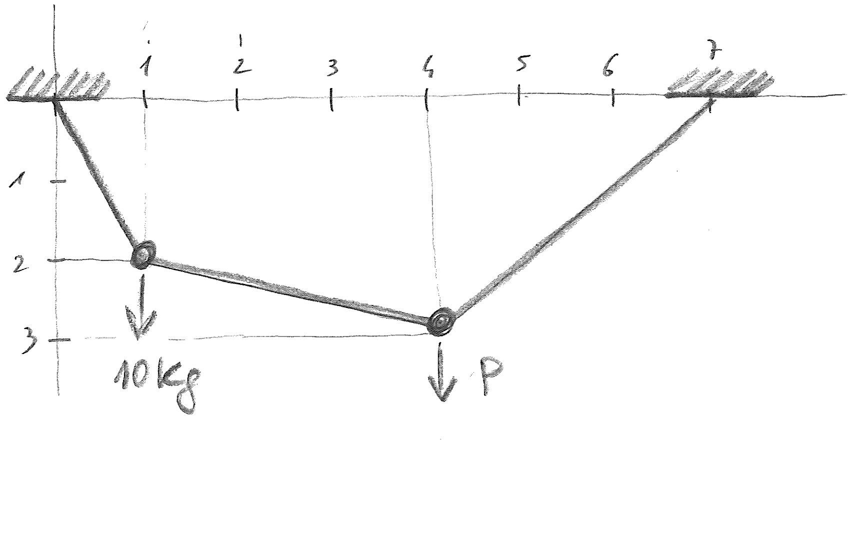
2,13 Calculeu, gràficament i analíticament, les forces que han de fer els cables per sostenir la càrrega m.



2.14 Calculeu les tensions dels cables de la figura en funció del pes P. Quin valor límit de P fa que l'estructura perdi la forma?

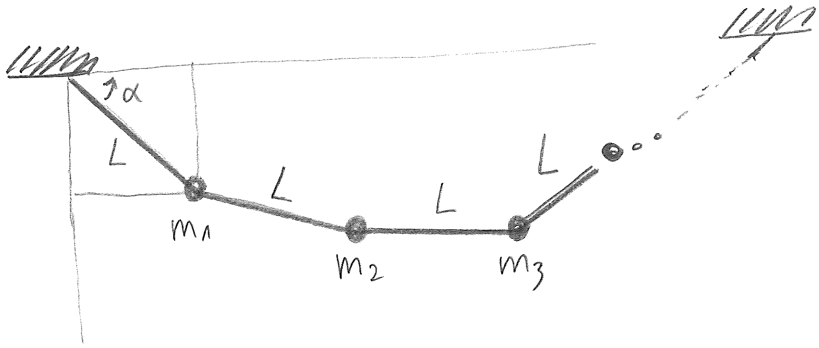


2.15 Dos objectes de pesos diferents penjen d'un cable. La figura mostra la forma que adopta el cable. Si el pes de l'esquerra val 10(kg), quant val el pes P de la dreta? Doneu també les tensions dels cables A, B i C.



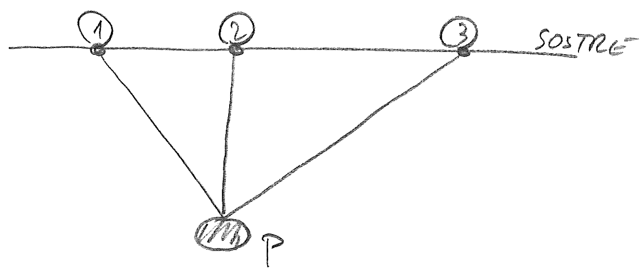
2,16 Dibuixeu la forma que pren un cable funicular com el de la figura si $\alpha = 45°$, $L=1$,

$m_1 = 20\,(kg)$ $m_2 = 10\,(kg)$ $m_3 = 10\,(kg)$ $m_4 = 5\,(kg)$

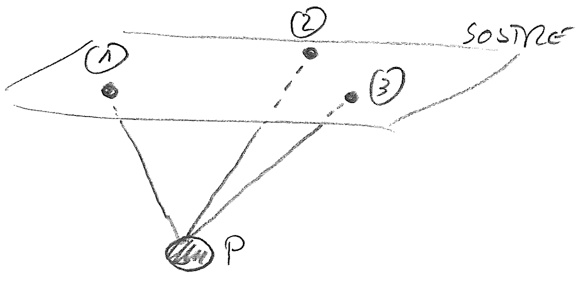


2,17 Discutiu en quin tipus d'equilibri es troba un pes suspès de tres cables, si:

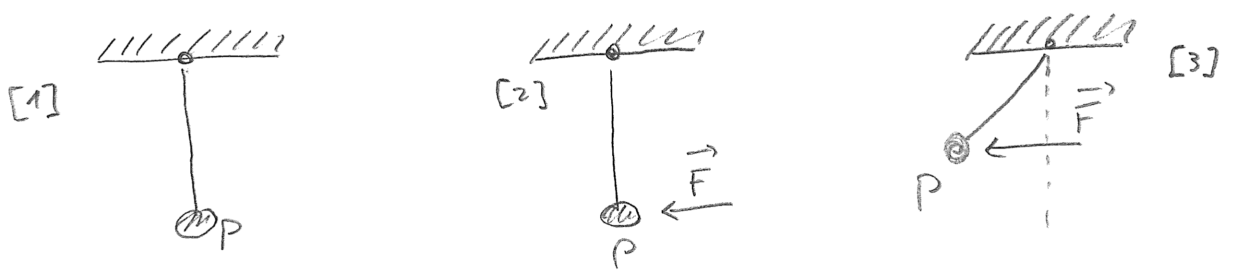
a. Els tres cables són coplanaris (o, equivalentment, les seves insercions al sostre estan alineades)



b. Els tres cables no són coplanaris (i.e. extrems no alineats)



2.18 Un pes penja d'un cable [1]. Si hi apliquem una força lateral, comproveu que el sistema perd l'equilibri [2] (Cas hipostàtic: les equacions d'equilibri formen un sistema incompatible) Com a conseqüència, el pes es desplaça. Determineu, gràficament i analíticament, la nova posició [3] d'equilibri del sistema.



2.19 a. El conjunt articulat de barres de la figura [1] és un mecanisme (per exemple, no pot reaccionar oposant-se a una força exterior horitzontal.) Escriviu les equacions d'equilibri i vegeu que formen un sistema incompatible (cas hipostàtic).

b. Hi afegim una barra diagonal (també articulada) [2].
La nova barra hi afegeix incògnites o equacions? Comproveu que el sistema ha esdevingut isostàtic, i per tant potencialment estable davant qualsevol força aplicada sobre els seus nusos en el pla de l'estructura articulada.