$\boxed{2.20}$ Doneu les equacions paramètriques del pla que passa pel punt $P=(1,1,0)$ i té vectors directors $\vec{u}=(-1,0,2)$ i $\vec{v}=(0,-1,1)$. Dibuixeu-lo.

$\boxed{2.21}$ Doneu les equacions paramètriques de la recta que passa pel punt $P=(1,0,0)$ i té vector director $\vec{u}=(-1,0,1)$. Dibuixeu-la.

$\boxed{2.22}$ Doneu les equacions paramètriques del pla que passa pels punts $P=(1,1,0)$, $Q=(1,0,1)$ i $R=(0,1,0)$. Dibuixeu-lo.

$\boxed{2.23}$ Doneu les equacions paramètriques de la recta que passa pels punts $P=(1,1,0)$ i $Q=(1,0,1)$. Dibuixeu-la.

$\boxed{2.24}$ Comproveu que el punt Q pertany a la varietat V si:

a. $Q=(2,5,1)$ i V és el pla que passa per $P=(1,2,-1)$ i té vectors directors $\vec{u}=(3,3,0)$ i $\vec{v}=(-1,0,1)$.

b. $Q=(-1,-2,-2)$ i V és la recta que passa per $P=(1,0,0)$ i té $\vec{u}=(1,1,1)$ per vector director.

2,25 En el problema anterior (2,24), doneu les equacions implícites del pla i la recta.

2,26 Les varietats V següents estan donades en forma implícita. Expresseu-les en forma paramètrica.

a. V és el conjunt de punts de l'espai que satisfan
$3x+y-z=0$ (breument, $V: 3x+y-z=0$).

b. $V: \begin{cases} x+y-z=3 \\ 2x-y+z=0 \end{cases}$

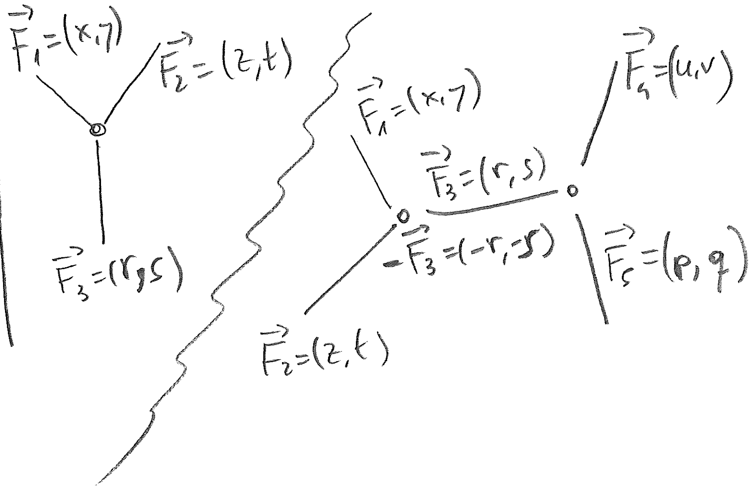
c. $V: \begin{cases} x+y+2z=1 \\ -x+2y+z=0 \\ 2x-y+z=1 \end{cases}$

2,27 Parametritzeu, amb el nombre mínim de paràmetres possible, les varietats definides implícitament per:

a. $V: \begin{cases} x+z+r=0 \\ y+s+t=0 \end{cases}$

b. $V: \begin{cases} x+r+z=0 \\ y+s+t=0 \\ -r+u+p=0 \\ -s+v+q=0 \end{cases}$

Interpreteu-ne físicament el resultat segons els dibuixos:



2,28 Comproveu que el vector $\vec{v}$ pertany al subspai F:

a. Donant $\vec{v}$ com a combinació lineal dels generadors de F

b. Per càlcul de rangs.

c. Donant l'equació implícita de F.

El vector $\vec{v}$ és $\vec{v} = (1,0,1)$ i el subspai $F = [(1,1,1), (0,1,0)]$

2,29 El mateix enunciat del problema anterior (2,28), amb $\vec{v} = (2,0,-2)$ i $F = [(1,1,-1), (2,0,1), (3,1,0)]$

2,30 Per a quins valors del paràmetre a els vectors $\vec{w} = (-2,a,-a)$, $\vec{u} = (1,3,0)$ i $\vec{v} = (4,5,1)$ formen un conjunt linealment dependent. En aquests casos, doneu l'equació implícita del subspai $F = [\vec{w}, \vec{u}, \vec{v}]$.

2,31 El mateix enunciat del problema anterior, amb els vectors $\vec{w} = (1,1,0,a)$, $\vec{u} = (3,-1,b,-1)$, $\vec{v} = (-3,5,a,-4)$.

2,32 Doneu la dimensió i bases dels subspais:

a. $F = [(1,0,0), (1,1,0), (1,-1,0)]$

b. $G = [(1,1,1,1), (1,1,1,0), (1,-1,1,-1), (1,0,1,0), (-2,1,-2,1)]$

2,33 a. Doneu la dimensió i una base del subspai

$$F = [(1,0,-1,0),(1,1,1,0),(0,1,1,1),(0,1,2,0)]$$

b. Comproveu que $\vec{w} = (0,3,5,1)$ és de F.

c. Doneu les equacions implícites de F.

2,34 Per a quins valors del paràmetre a els vectors $(a,0,1,a)$, $(a,1,2,1)$ i $(1,0,a,a)$ generen un subspai de dimensió 2 ?

2,35 Per a quins valors d'a es té $F = G$ si

$$F = [(0,1,1),(1,0,2),(-2,3,-1)] \quad i \quad G = [(1,1,3),(1,4,a)]$$

2,36 Doneu les equacions implícites de F i G

$$F = [(1,0,1,-1),(-1,1,0,1)] \qquad G = [(-1,2,1,1),(2,-1,1,-2)]$$

i comproveu que $F = G$.

2,37 Doneu la dimensió, una base, equacions paramètriques i equacions implícites de les varietats que passen pels punts:

a. $P=(0,0,0)$ $Q=(1,1,1)$ $R=(0,1,-1)$ $S=(1,2,0)$

b. $P=(0,1,0)$ $Q=(1,2,1)$ $R=(-1,0,-1)$

$\boxed{2,38}$ Parametritzem dues rectes diferents segons el mateix paràmetre λ, $r_1 = P + \lambda\vec{u}$ i $r_2 = Q + \lambda\vec{v}$. Per a cada valor de λ, considerem el punt mig M dels punts $P + \lambda\vec{u}$ i $Q + \lambda\vec{v}$. Comproveu que els punts M descriuen una recta m. En quin cas m és paral·lela a r_1 o r_2? [NOTA: suposeu, si cal, $\vec{u} \neq -\vec{v}$]

$\boxed{2,39}$ Donades dues rectes no paral·leles r_1 i r_2, els punts mitjos M dels segments $\overline{PQ}$ formats amb punts P de r_1 i Q de r_2 formen un pla. Justifiqueu-ho. Què passa si r_1 i r_2 són paral·leles?

$\boxed{2,40}$ Comproveu que $V_1 = (1,0,1) + [(1,1,0),(-1,1,1)]$ i $V_2 = (0,0,0) + [(0,2,1),(2,0,-1),(1,3,1)]$ són dos plans paral·lels.

$\boxed{2,41}$ Determineu el valor del paràmetre a si la recta $r = (1,1,-1) + [(a,1,0)]$ i el pla $\rho = (2,0,0) + [(-2,1,1),(3,0,-1)]$ són paral·lels.

$\boxed{2,42}$ Sigui $F = [(1,1,0),(1,0,-1)]$ el subespai director de les varietats $V_1 = P_1 + F$, $V_2 = P_2 + F$, on els punts de pas són $P_1 = (0,0,0)$ i $P_2 = (1,3,-1)$.

Com són les equacions implícites de V_1 i V_2?

$\boxed{2,43}$ Expliqueu perquè:

a. $ax + by + cz = 0$ passa per l'origen.

b. $ax + by + cz = d_1$ i $ax + by + cz = d_2$ són plans paral·lels

$\boxed{2.44}$ Expliqueu per què el pla $ax+by=d$ és paral·lel a l'eix $\vec{OZ}$.

$\boxed{2.45}$ Dibuixeu el pla $2x-y=0$, i la recta $r: \begin{cases} 2x-y=0 \\ y-z=0 \end{cases}$

Feu el mateix amb la recta $s: \begin{cases} 2x+y-2z=0 \\ -2x+2y-z=0 \end{cases}$

(IDEA: transformeu les equacions de s de manera que desaparegui z de la primera, i x de la segona, per exemple. Així podeu dibuixar dos plans paral·lels als eixos.)

$\boxed{2.46}$ Per a quins valors dels paràmetres a i b la recta $r: \begin{cases} ax+y+z=b \\ x+y-z=0 \end{cases}$ es troba continguda al pla $4x+3y-z=-1$

$\boxed{2.47}$ Quins valors d'a i b fan que les rectes

$r: \begin{cases} x+y+z=1 \\ x-ay+z=b \end{cases}$ i $s: \begin{cases} x-y+z=0 \\ x+y+az=a \end{cases}$

siguin la mateixa recta.