$\boxed{50}$ Calculeu el punt O' projecció de l'origen $O=(0,0,0)$ sobre el pla d'equació $x+y-2z=10$. Feu servir O' per calcular la distància entre el pla i l'origen

$\boxed{51}$ Doneu la distància entre l'origen $O=(0,0,0)$ i el pla d'equació $ax+by+cz=d$.

$\boxed{52}$ Projecteu el punt $P=(3,2,-1)$ sobre la recta r d'equació $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x-y+z=0 \end{cases}$. Feu servir el punt projectat P' per calcular la distància entre P i la recta r.

$\boxed{53}$ Seguint la idea del problema anterior, heu d'obtenir una fórmula per calcular la distància entre un punt P i una recta r qualsevols.

$\boxed{54}$ Doneu l'equació de la recta r que és paral·lela al pla $x-y+2z=0$, passa pel punt $P=(2,1,0)$, i talla la recta $(x,y,z)=(1,0,0)+\lambda(1,1,-2)$.

55 Doneu l'equació de la recta r perpendicular a dues rectes donades, $s: (x,y,z) = (1,1,0) + \lambda(1,0,-1)$ i $t: (x,y,z) = (1,-1,-1) + \mu(1,2,0)$

56 Doneu l'equació de la recta r que passa pel punt $(1,1,1)$ i talla les rectes $s: (x,y,z) = (0,1,-1) + \lambda(1,0,0)$ i $t: (x,y,z) = (1,1,-2) + \mu(1,0,-1)$.

57 Discutiu el problema 56 en una situació general, això és: existeix una única recta r que passa per un punt P donat i que talla dues rectes donades s i t? Podeu suposar que P no és de s ni de t, i que s i t no es tallen.

58 Projecteu la recta $r: (x,y,z) = (2,2,1) + \lambda(1,-1,1)$ sobre el pla $x+y+z=0$.

59 Doneu la distància entre la diagonal d'un cub i la diagonal d'una de les seves cares.

NOTA: els exercicis següents fan servir les nocions de distància, producte escalar, determinant, producte vectorial, i pendent.

2.60 Proposeu un mètode per comprovar si un conjunt de punts de l'espai tridimensional són coplanaris. Si els punts provenen de mesures experimentals, com modificaríeu el vostre mètode per incloure-hi els punts aproximadament coplanaris? Doneu-ne exemples, i discutiu la validesa del mètode proposat.

2.61 Proposeu mètodes per decidir si un conjunt de punts de l'espai tridimensional estan alineats, exactament o aproximadament.

2.62 Discutiu la validesa de l'afirmació següent:

Al pla, dos vectors aproximadament paral·lels tenen determinant aproximadament igual a zero.

63 Normalitzeu els vectors $\vec{u}$ i $\vec{v}$ i interpreteu-ne els resultats en termes de cosinus directors. Dibuixeu-los.

a. $\vec{u} = (1,2)$

b. $\vec{v} = (1,-1,2)$

64 a. Al pla, doneu dos vectors unitaris i perpendiculars al vector $\vec{u} = (3,-1)$. N'hi ha més?

b. A l'espai, doneu dos vectors unitaris i perpendiculars al vector $\vec{u} = (1,2,-1)$. N'hi ha més?

65 Doneu una base ortonormal de vectors de l'espai tridimensional, de manera que un dels vectors tingui la direcció de $\vec{u} = (1,-1,1)$.

(NOTA: Base ortonormal vol dir $B = \{\vec{n_1}, \vec{n_2}, \vec{n_3}\}$ amb els $\vec{n_i}$ perpendiculars entre sí, i unitaris.)

66 a. Calculeu l'àrea del triangle de vèrtex $P=(0,0)$ $Q=(2,-1)$ i $R=(0,2)$.

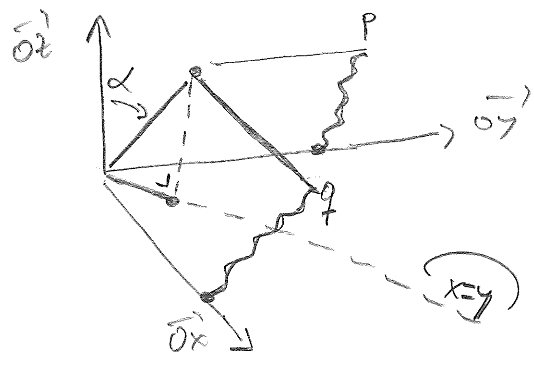
b. Calculeu el volum del paral·lelepíped que determinen els vectors $\vec{u}=(0,0,1)$ $\vec{v}=(1,1,-1)$ i $\vec{w}=(-1,1,-1)$

Dibuixeu totes dues figures.

67 Dibuixeu el triangle de vèrtex $P=(0,0,0)$, $Q=(0,2,1)$ i $R=(2,2,0)$. Calculeu la seva àrea, i també l'àrea de les seves projeccions sobre els plans de coordenades.

71 Calculeu el pendent de la recta intersecció dels plans $x+y+z=1$, $x-2y+z=0$. (Suposem eix $\vec{oz}$ vertical)

72 Doneu les equacions dels plans p i q de la figura en funció de l'angle α.



$\boxed{68}$ Calculeu la norma (mòdul) de la projecció ortogonal de $\vec{u}=(2,-1)$ sobre la recta $x-y=1$

$\boxed{69}$ Calculeu la norma (mòdul) de la projecció ortogonal de $\vec{u}=(2,-1,0)$ sobre:

a. El pla $x-y+2z=1$

b. La recta $\left.\begin{array}{l} x-y+2z=1 \\ x+y+z=0 \end{array}\right\} : r$

c. Si $\vec{v}$ és el resultat de l'apartat a, i $\vec{w}$ el resultat de b, coincideixen $\vec{w}$ i el projectat de $\vec{v}$ sobre r? Raona la resposta.

$\boxed{70}$ a. Doneu el pendent i el vector normal de la recta $x-2y=1$

b. Doneu el pendent i el vector normal del pla $x-2y+2z=1$

c. Doneu el pendent i el vector director de la recta $\left.\begin{array}{l} x-y+z=0 \\ x+y+z=1 \end{array}\right\}$

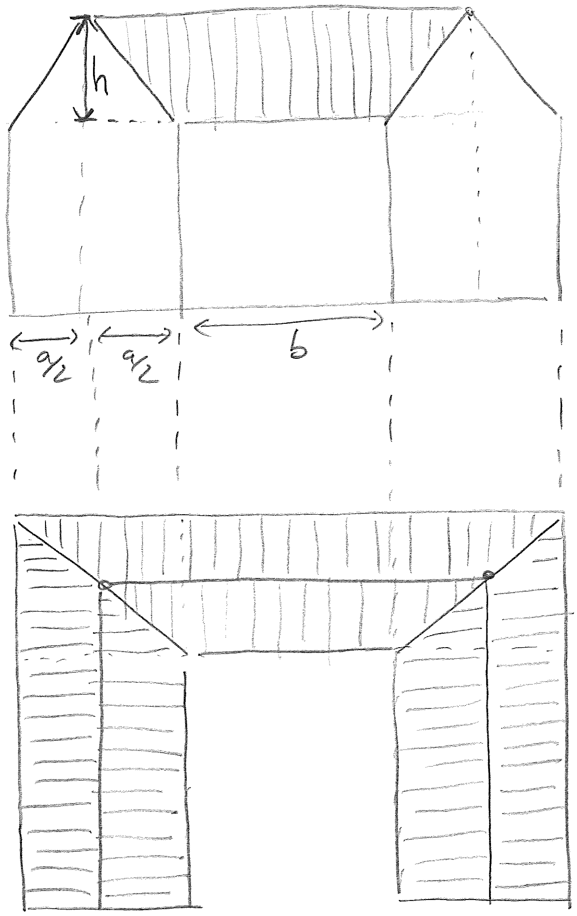
73 Calculeu la direcció de màxim pendent del pla $x+2y-z=1$ (l'eix $\vec{OZ}$ és la vertical), la direcció de pendent zero (horitzontal), i la de pendent 0'25. Doneu una fórmula general per calcular la de pendent m.

74 Sabent que un pla p talla els plans de coordenades XZ i YZ en rectes de pendents $m_x=1$ i $m_y=\sqrt{3}$ respectivament, calculeu un vector perpendicular a p. Si, a més, sabem que p passa per $Q=(1,0,1)$, doneu-ne l'equació.

75 a. Calculeu el moment de la força $\vec{F}=f\cdot(\cos 30°, \sin 30°)$ amb $f=100N$, aplicada al punt $Q=(2,1)$ (en metres), sobre l'origen $O=(0,0)$. Expresseu-lo com a un vector, i el seu mòdul com a una àrea.

b Calculeu el moment de la força $\vec{F}=(10,10,-5)$ (en Newtons) aplicada al punt $Q=(1,1,0)$ (en metres), sobre l'origen $(0,0,0)$. Expresseu-lo com a un vector, i el seu mòdul com a una àrea.

76

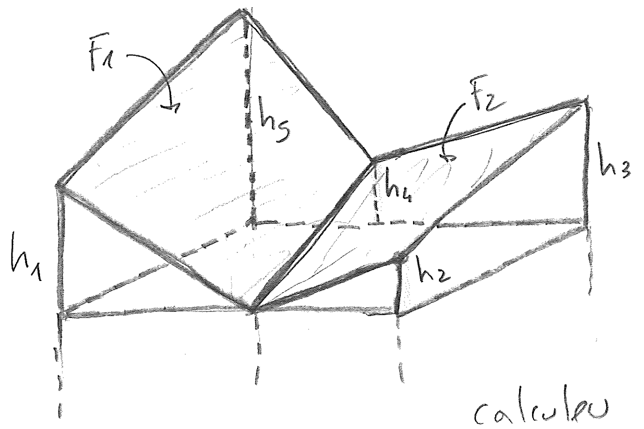


ALÇAT

PLANTA
(vista superior mostrant cobertes)

En l'edifici del dibuix, calculeu els pendents de les cobertes, els pendents de les interseccions de les cobertes, les àrees de les cobertes i les àrees de les seves projeccions en planta. Expliqueu quin paper juga cada una d'aquestes magnituds en la recollida d'aigües.

77



La figura mostra una coberta de 2 fulls F_1 i F_2.

Si $h_1 = h_3 = 1'5$ i $h_2 = 1$,

calculeu h_4 i h_5 per tal que:

- Els fulls siguin plans
- F_2 tingui un pendent màxim del 10%
- F_1 " " " " " 25%

Calculeu també els pendents de totes les arestes (intersecció de F_1 amb F_2, i interseccions de F_1 i F_2 amb els plans verticals)