

ATENCIÓ: contesteu només 4 de les 5 preguntes següents.

L'exposició raonada, clara i ordenada dels resultats val el 20% de la puntuació.

Exercici 1 Considereu el sistema d'equacions

$$\begin{cases} 2x - y = a \\ -2x + 2y = b \end{cases}$$

Fent servir la inversa de la matriu del sistema, expresseu la solució en funció dels paràmetres a i b.

(7 punts)

Exercici 2 a. Dibuixeu els punts $P = (3, 0, 0)$, $Q = (0, 2, 0)$ i $R = (1, 1, a)$, i el pla que determinen.

b. Doneu l'equació implícita d'aquest pla. (Nota: aquesta equació depèn del paràmetre a).

c. Per a quins valors d'a el pla forma un angle de 45° (o -45°) respecte de la vertical?

(7 punts)

Exercici 3 Si els vectors $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \dots, \vec{u}_N$ representen forces que actuen sobre un punt O, com determinaríeu gràficament si estan en equilibri? I fent servir les coordenades dels vectors?

(7 punts)

Exercici 4 Si R representa la referència canònica del pla, considereu una nova referència $S = \{A; \vec{u}_1, \vec{u}_2\}$ on $A = (2, 1)_R$ i $\vec{u}_1 = (2, -1)_R$, $\vec{u}_2 = (1, 1)_R$

a. Dibuixeu la referència S. Gràficament, doneu les coordenades en referència S del punt $P = (3, -1)_R$ i del vector $\vec{v} = (-3, 0)_R$

b. Doneu les equacions dels canvis de R a S i de S a R.

c. Dibuixeu la recta que en referència S té equació $y' = -x'$

(7 punts)

Exercici 5 Considereu el pla $6x + 3y + 2z = 6$, i sobre aquest pla quatre punts

$P_0 = (1, 0, 0)$ $P_1 = (0, 2, 0)$ $P_2 = (0, 0, 3)$. Es demana:

a. Comproveu que els punts P_0 , P_1 i P_2 són del pla. Dibuixeu el pla i els punts.

b. Considereu la referència bidimensional d'aquest pla $S = \{A; \vec{u}_1, \vec{u}_2\}$ amb $A = P_0$

$\vec{u}_1 = \overline{P_0P_1}$, $\vec{u}_2 = \overline{P_0P_2}$. Dibuixeu-la.

c. Equacions del canvi de referència tridimensional a S.

(7 punts)

RECUPERACIÓ TEST - OPCIONAL

Exercici 1 Calculeu el producte $D=ABC+A$ on

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Exercici 2 Resoleu el següent sistema:

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - 2y + z = 0 \\ x + 4y - z = 2 \end{cases}$$

Exercici 3 Calculeu el determinant:

$$\begin{vmatrix} a-1 & 1 & 1 \\ -1 & a+3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Quins valors d'a fan que valgui 8 ?

Exercici 4 Calculeu el rang de la matriu:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & 2 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Exercici 5 Calculeu una matriu A tal que $AB=C$, si $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.