

ATENCIÓ: contesteu només 4 de les 5 preguntes següents.
L'exposició raonada, clara i ordenada dels resultats val el 20% de la puntuació.

Exercici 1 a. Equació reduïda de la cònica que té equacions paramètriques
 $x = t^2 - 6t + 10$, $y = t - 3$ Quina cònica és? Dibuixeu-la marcant focus etc.

b. Equació reduïda de la cònica $x^2 + 4y^2 - 2x - 3 = 0$ Quina cònica és? Dibuixeu-la i parametritzeu-la.

(10 punts)

Exercici 2 a. Domini de la funció $f(x, y) = \frac{1}{(x^2 + y^2 - 1)}$.

b. Considereu la funció $f(x, y) = x^2 - 2xy + y^2$. Identifiqueu i dibuixeu les corbes de nivell (talls $z = \text{constant}$), feu un tall per algun pla vertical, i dibuixeu la gràfica aproximada de f .

(10 punts)

Exercici 3 Considereu la següent transformació. Un punt $P = (a, b)$ qualsevol es projecta sobre l'eix OX segons la direcció del vector $\vec{u} = (1, -1)$ obtenint-se un punt auxiliar Q, i aquest punt Q es torna a projectar sobre la recta horitzontal $y = b$ segons el vector $\vec{v} = (1, 1)$, obtenint-se el punt transformat $f(P)$.

a. Feu un dibuix que mostri la transformació.

b. Doneu les equacions de f .

c. És f lineal?

d. Doneu les equacions de f^2 (aplicar f dos cops), f^3 (aplicar f tres cops),...

Expliqueu l'acció geomètrica d'aquestes transformacions.

(10 punts)

Exercici 4 Al pla, doneu les matrius i classifiqueu els moviments següents:

a. $f(x, y) = (y, x)$

b. $g(x, y) = \left(\frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y, \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y \right)$

c. El moviment h que s'obté com a composició dels dos anteriors. Importa l'ordre?

(10 punts)

Exercici 5 Heu de calcular les equacions de la simetria respecte del pla
 $x + y - z = 2$.

a. Doneu una referència S adaptada al problema.

b. Doneu les equacions reduïdes (matriu D i vector de desplaçament) en la referència nova S .

c. Doneu les equacions (matriu L i vector de desplaçament) en referència canònica.

d. Sense fer els productes de matrius, digueu quant val $L^2, L^3, L^4 \dots$. Justifiqueu-ho geomètricament.

(10 punts)

